

# Leçon 150 : Polynômes d'endomorphisme en dimension finie. Réduction d'un endomorphisme en dimension finie. Applications.

## 1 Polynomes d'endomorphisme (Rombaldi)

### 1.1 L'algèbre $\mathbb{K}[u]$

- Définition + c'est une algèbre commutative + exemple
- Existence polynôme annulateur + polynôme minimal
- Exemple des nilpotents
- Si  $P$  annule  $f$ ,  $\text{Sp}(f) \subset P^{-1}(\{0\})$  + Application (invertible ssi 0 est pas racine du polynôme minimal)
- Dimension de  $\mathbb{K}[u]$
- Équivalence pour que  $\mathbb{K}[u]$  soit un corps

### 1.2 Cayley-Hamilton

- Définition polynôme caractéristique + invariance par similitude
- Théorème de Cayley-Hamilton
- Le polynôme minimal divise le caractéristique

### 1.3 Lemme des noyaux

- Lemme des noyaux
- Cas d'un polynôme annulateur avec facteur carré

## 2 Réduction (Rombaldi)

### 2.1 Diagonalisation/Trigonalisation

- Définition de diagonalisable

- Équivalence + exemples
- Définition de trigonalisable
- Équivalence + exemples
- Cas spécial du corps algébriquement clos + critère sur les corps fini

### 2.2 Réduction moins précise

- Réduction de Dunford
- Réduction de Jordan
- Dév 1 : Réduction des endomorphismes normaux dans un espace euclidien

## 3 Autres applications

### 3.1 Puissance et inverse de matrices

- Calcul de l'inverse avec le polynôme minimal
- On a besoin que des premières puissances pour les avoir toute

### 3.2 Exponentiel de matrice

- Définition
- Propriétés (quand les matrices commutent etc.)
- Utilisation de Dunford pour le calcul de l'exponentiel
- Dév 2 : Surjectivité exponentielle complexe